Coulomb kracht tussen parallelle draden

Proberen we even een opstelling te maken van twee paralellen draden waarin de stromen I_1,·· lopen zoals te zien is in Figuur 1 en trachten we de kracht (F_M), met de wet van Coulomb (voor bewegende ladingen) uit te rekenen welke bestaat tussen deze twee draden, of meer precies de kracht van draad met de stroom I_1 ten overstaan van de draad met stroom I_2. En natuurlijk is die dezelfde maar dan bekeken vanuit de draad met stroom I_2 .

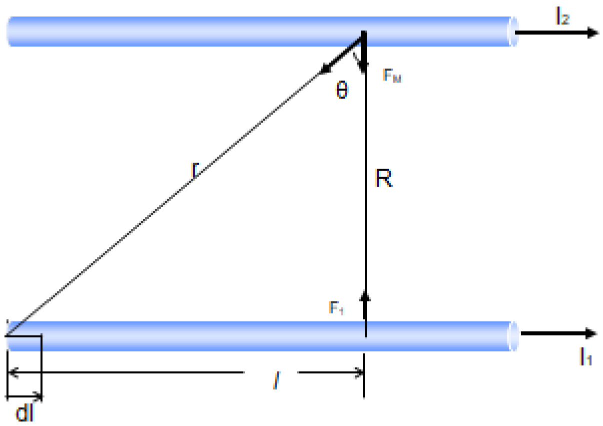

Fig 1
Twee parallele draden doorlopen door I1 en I2

Figuur 1

We nemen aan dat de lengte (l) vele malen groter is dan de afstand (R) tussen de draden. We beginnen met overbekende Coulomb formule die luidt als volgt: $F_M = \frac{Q_1.Q_2.v^2.\hat{r}}{4.\pi.\varepsilon.r^2.c^2}$. Hierin is r̂ een richting coëfficiënt waar we hier in deze opstelling wel degelijk rekening moeten mee houden.

Vermits $u_0 = \frac{1}{\varepsilon_0.c^2}$ kunnen we de formule vereenvoudigen tot $F_M = \frac{\mu_0.Q_1.Q_2.v^2.\hat{r}}{4.\pi.r^2}$ en vermits we niet geïnteresseerd zijn in de draad met stroom I_2 met een lengte l en de (drift)snelheid in beide draden hetzelfde is brengen we dit naar voor en bekomen we $\frac{F_M}{Q_2.v^2} = \frac{\mu_0.Q_1.\hat{r}}{4.\pi.r^2}$.

Nu beschouwen we een infinitief klein stukje draad dl waarop een infinitief kleine kracht dF_M zal uit geoefend worden, en daarna gaan we dat stukje draad verlengen van dl tot l. Dit wordt in de wiskunde het differentiëren en daarna integreren van het probleem genoemd om het te kunnen berekenen. En we gaan proberen de kracht F_M te berekenen op een willekeurig punt P van draad met stroom I_2.

Of $\frac{d(F_M)}{Q_2} = \frac{u_0.d(Q_1).v^2\hat{\mathrm{r}}}{4.\pi.r^2}$. Nu zien we dat in deze formule er twee variabele elementen in staan namelijk $d(Q_1)$ en r . We moeten daarom een relatie vinden tussen $d(Q_1)$ en r zodat we daarna deze differentiaal kunnen integreren, voor alle punten P van draad met I_2 .
Nu weten we dat $Q = I.t$ over de ganse lengte l van de draad, maar over de lengte dl zal er dus maar een lading van $dQ = It.dl/l$ zijn, de volledige lading ($I.t$) maal een klein stukje van de lengte dl gedeeld door de totale lengte.
Onze formule wordt dus $\frac{d(F_M)}{Q_2.v^2} = \frac{u_0.I_1.t.dl.\hat{\mathrm{r}}}{4.\pi.r^2.l}$ We moeten nu nog een relatie tussen r en l vinden.
In fig1 zien we dat $r.sin(\theta) = R$ dus $r = \frac{R}{sin(\theta)}$ en natuurlijk $r^2 = \frac{R^2}{sin^2(\theta)}$ en langs de andere kant zien we dat $\frac{R}{l} = cotg(\theta)$ of $l = \frac{R}{cotg(\theta)} = \frac{R.sin(\theta)}{cos(\theta)}$ en daaruit volgt ook dat voor $dl = R.d.\big(cotg(\theta)\big)$.
Nu moeten we onze wiskunde boeken napluizen en daarin vinden we (ik kan dat ook bewijzen) dat $d\big(cotg(\theta)\big) = \frac{d(\theta)}{sin^2(\theta)}$.
Stoppen we al deze kennis in onze formule dan bekomen we $\frac{d(F_M)}{Q_2.v^2} = \frac{u_0.I_1.t.R.d(\theta).sin^2(\theta).\hat{\mathrm{r}}}{4.\pi.R^2.sin^2(\theta).l} = \frac{u_0.I_1.t.d(\theta).\hat{\mathrm{r}}}{4.\pi.R.l}$
Maar dit is in de richting van r̂ , maar wat we nodig hebben is de richting loodrecht tussen de draden. En alleen $\hat{\mathrm{r}}.sin(\theta)$ is van belang, dus schrijven we $\frac{d(F_M)}{Q_2.v^2} = \frac{u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.sin(\theta).d(\theta)}{4.\pi.R.l}$.
Integreren we nu tussen $\theta = 90° \; en \; 0°$ wat overeen komt met $l = 0 \; en \; \infty$ dan hebben we: $\frac{\int d(F_M)}{Q_2.v^2} = \int_{0°}^{90°} \frac{u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.sin(\theta).d(\theta)}{4.\pi.R.l} = \frac{u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.1}{4.\pi.R.l}$ en verder uitgewerkt is $F_M = \frac{Q_2.v^2u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.1}{4.\pi.R.l} = \frac{I_2.v^2u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.1}{4.\pi.R.l}$
Met $v = \frac{l}{t}$ en $Q = I.t$ bekomen we $F_M = \frac{I_2.t.l^2u_0.I_1.t.\hat{\mathrm{r}}.1}{t^2 4.\pi.R.l} = \frac{I_1.I_2.l.u_0.\hat{\mathrm{r}}}{4.\pi.R}$
Maar dit is de kracht van draad met I_1 ten opzichte van · 2 ·,en het omgekeerde is natuurlijk op de zelfde wijze daarom moeten we dit verdubbelen of de uiteindelijke uitdrukking wordt:

$$\boxed{F_M = \frac{I_1.I_2.l.u_0.\hat{\mathrm{r}}}{2.\pi.R}}$$

(Men zal merken dat deze benadering sterk gelijkt op de wet van Biot en Savart, maar zonder beroep te doen op een $B \; veld$).
Noteer als de draden met lengte l niet oneindig lang zijn dan zal ook de hoek θ geen *0°* zijn maar een (zeer) kleine waarde hebben die dan in aanmerking moet genomen worden in de grenzen tot waar de integraal moet uitgevoerd worden.

Men ziet hier weer dat men dit kan bereiken zonder éénmaal het magnetisch veld of elektrisch veld er bij te sleuren. Eens te meer is hier bewezen dat de velden theorie een overbodige nutteloze redenering is om fysische verschijnselen zoals kracht tussen draden aan te tonen en wiskundig te berekenen. Ik vraag me nog steeds af wanneer ze dit nu eens in de scholen, en universiteiten gaan invoeren in plaats van ons te overladen met mysterieuze magnetische velden die geen enkele leraar fatsoenlijk kan uitleggen, laat staan dat de leerlingen het begrijpen.

Jan Spaenjers